

Der Bewertungskalkül der Faustmann'schen Formel

Der sich hinter der Faustmann-Formel verbergende Bewertungskalkül wurde bereits vor Faustmann von G. König verwendet (KÖNIG, G., 1835: Die Forstmathematik mit Anweisung zur Holzvermessung, Holzschätzung und Waldwerthberechnung nebst Hülftafeln für Forstschätzer. Gotha: in Commission der Beckschen Buchhandlung. Seite 118 f.).

Bei einer Waldanlage koste der Morgen wüstes Land 5 Thlr. Kaufgeld, 3 Thlr. zu Kiefernfaat und jährlich 9 Sgr., oder bei 3,5 pCt. sogleich 8,57 Thlr. für Steuern und dergl.; zusammen also 16,57 Thlr. Ausgabe

Davon stehe fortwährend alle 100 Jahre an Einnahmen zu erwarten: im 40. Jahre, 20 Thlr.; im 60., 40 Thlr.; im 80., 60 Thlr.; im 100., 200 Thlr. Der Wert dieses Ertrages ist bei 3,5 pCt.

a) Am Ende eines jeden 100. Jahres:

<i>vom 40. Jahre, 20 Thlr. um 60 Jahre später</i>	$20 \times 7,87803 = 157,5606$
60. 40 40	$40 \times 3,95924 = 158,3696$
80. 60 20	$60 \times 1,98978 = 119,3868$
100. 200 Thlr. zu dem Zeitpunkt	$200 \times 1 = 200$

<i>Zusammen:</i>	<i>635,3170</i>

b) Gegenwärtig, als 100-jährige Wechseleinnahme

$$635,3170 \times 0,03312 = 21,04 \text{ Thlr.}$$

Hiernach verspräche dies Unternehmen von dem Morgen

$$21,04 \text{ Thlr.} - 16,57 \text{ Thlr.} = 4,47 \text{ Thlr Gewinn}$$

Rechengang:

Unter Punkt a werden die Vorerträge (Netto-Erträge der Durchforstungen) in Höhe von 20, 40 und 60 Thalern vom Zeitpunkt ihres Anfalls auf den Zeitpunkt der Endnutzung (das Jahr 100) mit einem Zins von 3,5 % prolongiert und mit dem Netto-Ertrag aus der Endnutzung in Höhe von 200 Thalern summiert. Das Ergebnis ist der Endwert der Netto-Erträge des Bestandes bei einer Umtriebszeit und einem Betrachtungszeitraum von 100 Jahren.

Im seinem Beispiel geht KÖNIG davon aus, daß die Erträge *fortwährend* im 100 jährigen Turnus anfallen, daß es sich somit also um ewige periodische Einnahmen handelt. Der unter Punkt a errechnete Endwert wird also zur Rente, die auf ewig alle 100 Jahre anfällt. Unter Punkt b berechnet KÖNIG zunächst den Vorwert dieser mit 100 Jahren periodischen nachschüssigen Rente, also den Wert des Vermögens, das bei 3,5 % Zins alle 100 Jahre eine **ewige periodische Rente** von 635,317 Thaler ermöglicht. Die Formel zur Berechnung einer periodischen, ewigen nachschüssigen Rente lautet:

$$K = \frac{r}{1,0p^m - 1}$$

Durch Einsetzen der Werte erhält man:

$$K = \frac{635,317}{1,035^{100} - 1} = \frac{635,317}{30,191408} = 21,04$$

Das heißt mit anderen Worten: durch die Anlage von 21,04 Thalern bei 3,5 % Zins kann man nach 40 Jahren und jeweils alle 100 Jahre später 20 Thaler, nach 60 Jahren und jeweils alle 100 Jahre später 40 Thaler, nach 80 Jahre und jeweils alle 100 Jahre später 60 Thaler und alle 100 Jahre 200 Thaler als Entnahmen realisieren. Im Beispiel kann mit dem Kauf und der Begründung des Morgens Wald ein Vorwert von genau 21,04 Thalern erzielt werden.

Zur Gewinnermittlung stellt KÖNIG daraufhin dem Vorwert aus den Netto-Erlösen die einmalig angefallenen Kosten für den Waldankauf, die Bestandesbegründung und das Verwaltungskostenkapital, das sich aus der Kapitalisierung der jährlichen Verwaltungskosten bei 3,5 Prozent Zins ergibt, gegenüber. Durch Abzug der zum Entscheidungszeitpunkt anfallenden Ausgaben vom Barwert aller späteren Einnahmen ermittelt KÖNIG den Gewinn.

21,04 Thaler - 16,57 Thaler = 4,47 Thaler Gewinn.

Würdigung von Matthias Dieter und Prof. Dr. Martin Moog:

KÖNIG entspricht mit seiner Gewinnermittlung als Erlösüberschuß über den Kosten der auch heute noch gültigen Definition von Gewinn (SCHNEIDER, D., 1975, S. 254).

Da KÖNIG den Gewinn jedoch nicht nur für eine Periode von einem Jahr ermittelt, werden von ihm die zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallenden Erlöse in ihrem Zeitbezug berücksichtigt. Dies erfolgt durch die Berechnung des Vorwertes, womit KÖNIG bereits ein **dynamisches Verfahren zur Investitionsrechnung**, das dem heute gebräuchlichen **Kapitalwertverfahren** stark ähnelt, verwendet. Es unterscheidet sich jedoch darin, daß KÖNIG Erträge auf ewige Zeiten berücksichtigt, eine Annahme, die bei heutigen Investitionsrechnungen kaum noch getroffen wird.

Wesentlich bedeutungsvoller am Rechengang KÖNIGS ist allerdings, daß die epochemachende Formel FAUSTMANN'S (1849, S. 441) zur Berechnung der Waldbodenrente bereits im Jahr 1835 nahezu vollständig von KÖNIG angewendet wurde, ohne allerdings die Formel explizit darzustellen. Die FAUSTMANN-Formel einer unbestockten Fläche lautet (MOOG, 1995, Teil 2, S. 8):

$$B_0 = \frac{A_u + \sum_{a=1}^u D_a \cdot 1,0p^{u-a} - c \cdot 1,0p^u}{1,0p^u - 1} - V$$

Der folgende Rechengang soll zeigen, daß KÖNIG bei der Ermittlung seines Gewinns nichts anderes als den Bodenertragswert nach obiger Formel berechnet hat, allerdings mit einer Einschränkung: Die Berücksichtigung der Kulturkosten erfolgt nur einmalig im Jahr der ersten Aufforstung. Damit unterstellt KÖNIG implizit, daß sich der Bestand zukünftig ausschließlich natürlich verjüngen wird (vgl. ENDRES, 1919, S. 87). Inwieweit KÖNIG bei seinen Berechnungen von dieser waldbaulichen Möglichkeit überzeugt war oder aber mit der Unterstellung einmalig anfallender Kulturkosten ihrer präziseren Berücksichtigung ausgewichen ist, läßt sich im nachhinein nicht sagen. Die Berechnung der ewigen Rente aus der Bewirtschaftung des Waldes und die Berücksichtigung des Verwaltungskostenkapitals gelingen KÖNIG jedoch auf jeden Fall (vgl. ENDRES, 1919, S. 87). Das Beispiel KÖNIGS läßt sich auch folgendermaßen schreiben:

$$A_u + \sum_{a=1}^u D_a \cdot 1,0p^{u-a} = 635,57$$

$$\frac{A_u + \sum_{a=1}^u D_a \cdot 1,0p^{u-a}}{1,0p^u - 1} = 21,04$$

$$c = 3$$

$$V = 8,57$$

$$KG \text{ (Kaufgeld)} = 5$$

$$\Rightarrow G \text{ (Gewinn)} = B_0 = 21,04 - 3 - 8,57 - 5 = 4,47$$

Die von KÖNIG verwendete Formel lautet also:

$$G = \frac{A_u + \sum_{a=1}^u D_a \cdot 1,0p^{u-a}}{1,0p^u - 1} - c - V - KG$$

Rechenprobe:

Abschließend soll die errechnete *100-jährige Wechseleinahme* von 21,04 Thalern durch zwei Proben bestätigt werden:

1. Probe:

Um die im Beispiel genannten Erträge auf ewig zu gewährleisten muß folgende Forderung erfüllt sein: Der Betrag von 21,04 Thalern über 100 Jahre mit 3,5 % prolongiert muß so groß sein, daß nach Abzug des Erwartungswertes des ersten Umtriebes in Höhe von 635,317 Thalern genau 21,04 Thaler verbleiben.

$$21,04 * 1,035^{100} = 656,36;$$

$$656,36 - 635,317 = \mathbf{21,04}$$

2. Probe:

In Abwandlung des Vorgehens bei Probe 1 kann die Kapitalentnahme auch zu dem Zeitpunkt berücksichtigt werden, an dem sie stattfindet, anstatt am Ende durch Subtraktion des Erwartungswertes.

Alter	Rechengang	Kapitalwert	Entnahme	verbleibender Rest
0		21,04		
1 - 40	$21,04 \times 1,035^{40} =$	83,31	20	63,31
41 - 60	$63,31 \times 1,035^{20} =$	125,98	40	85,98
61 - 80	$85,98 \times 1,035^{20} =$	171,09	60	111,09
81 - 100	$111,09 \times 1,035^{20} =$	221,04	200	21,04

Literatur:

ENDRES, M., 1919: Lehrbuch der Waldwertrechnung und Forststatik. Berlin: Springer

FAUSTMANN, M., 1849: Berechnung des Werthes, welchen Waldboden, sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirtschaft besitzen. In: Allgemeine Forst- und Jagd- Zeitung (15. Jg.), H. 12, S. 441-455

MOOG, M., 1995: Skripten zur Forstökonomie. Skript am Lehrstuhl für Forstliche Wirtschaftslehre der Ludwig-Maximilians-Universität München

SCHNEIDER, D., 1975: Investition und Finanzierung. Opladen: Westdeutscher Verlag

Zum Verständnis der alten Literatur ist es nützlich, die alten Währungseinheiten zu kennen.

1 Gulden = 60 Kreuzer

1 Pfennig = 2 Heller

1 Kreuzer = 8 Pfennig