

# **Analytischer Hierarchieprozess (AHP)**

## **Methodik der multikriteriellen Bewertung**

Nach den Skripten der BoKu Wien und der  
Abteilung für Forstökonomie Göttingen (Prof. Möhring)

[www.boku.ac.at](http://www.boku.ac.at)

[www.uni-goettingen.de](http://www.uni-goettingen.de)

---

# Gliederung

- Wiederholung Entscheidungsprozesse
- Theorie des AHP
- Anwendung des AHP
- Beispiel

# Entscheidungsprozesse

Multikriterielle Entscheidungsprobleme können mit Hilfe der Nutzwertanalyse gelöst werden.

Für verschiedene Handlungsalternativen und Zielkriterien werden relative Nutzwerte geschätzt und **gewichtet**, so dass die Summe der gewichteten Einzelwerte den Nutzwert der jeweiligen Alternative ergibt.

Die Alternative mit dem höchsten Nutzwert ist i.d.R. als die vorteilhafteste anzusehen.

## **Problem:**

Zielerfüllungsgrade und Zielgewichte zu bestimmen/einzuschätzen ist oftmals schwierig.

# Lösung

Der **Analytische Hierarchieprozess** nach Dr. Thomas L. Saaty (1970):

Methode, mit deren Hilfe komplexe Entscheidungsprozesse in kleine Einheiten (Paarvergleiche) zerlegt, strukturiert und formal gelöst werden.

- **analytisch:** die Entscheidungsunterstützung erfolgt mathematisch und mittels logischer Schlüsse
- **hierarchisch:** das Entscheidungsproblem wird in eine Hierarchie von Kriterien und Alternativen zerlegt
- **Prozess:** wegen seines prozessualen Charakters, Entscheidungen zu treffen

## Anwendungsbeispiele:

- Auswahl eines Telekom-Anbieters
- Strategien in der Drogenpolitik
- Auswahl einer Marketingstrategie...

# Grundlagen und Theorie des AHP

Berücksichtigung von subjektiven (z.B. politischen, sozialen) und objektiven (z.B. ökonomischen, technischen) Faktoren

## Die Frage ist:

Wie bewerten wir die **Wichtigkeit von Faktoren** (im Verhältnis zueinander) und wie können wir die zur Verfügung stehenden **Informationen aggregieren**, damit die **beste Entscheidung** getroffen wird?

## Arbeitsweise:

AHP zerlegt komplexe Entscheidungsprozesse in kleine Einheiten, die anschließend hierarchisch strukturiert und verglichen werden.

# Prinzipieller Ablauf des AHP

Aufstellung des Zielsystems



Konsistenz

Gewichtung der Kriterien

Paarvergleich/  
Ergebnismatrix

Konsistenz

Gewichtung der  
Alternativen

Paarvergleich/  
Ergebnismatrix

Sensitivitätsanalyse

Berechnung der  
Gesamtgewichte

Bewertung der Alternativen

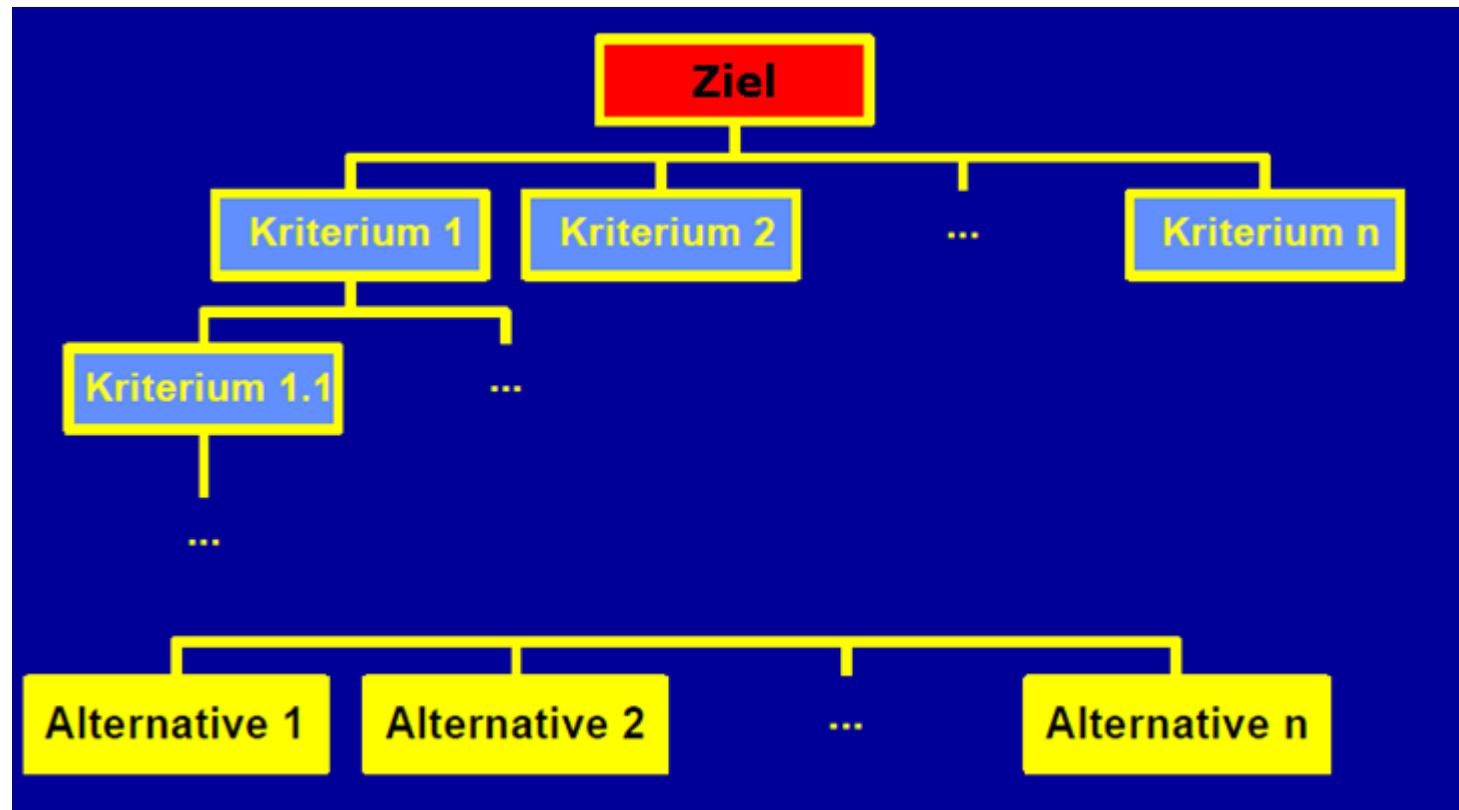


# Praktischer Ablauf des AHP gliedert sich in drei Phasen:

1. Phase: Sammeln der Daten
2. Phase: Paarweiser Vergleich
3. Phase: Datenverarbeitung

# Ablauf des AHP

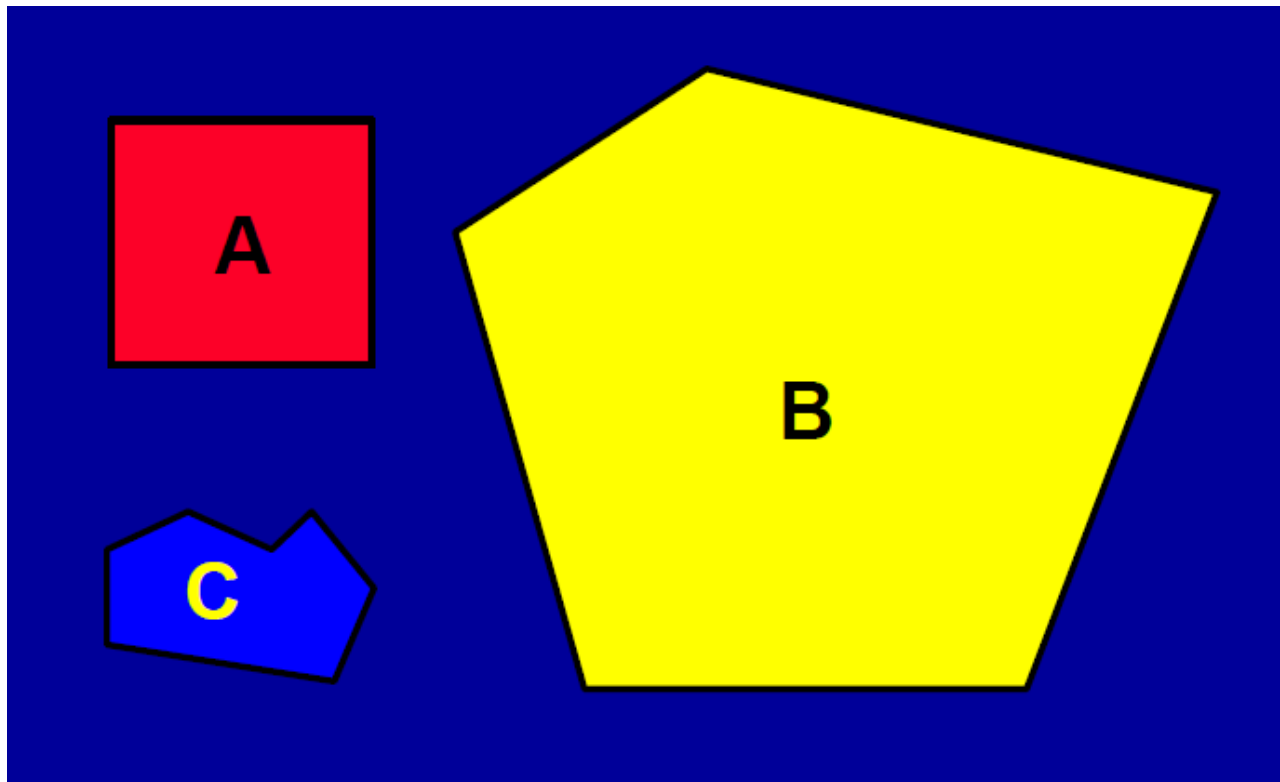
1. Phase: Sammeln der Daten: Definition des Ziels, der Kriterien und Alternativen





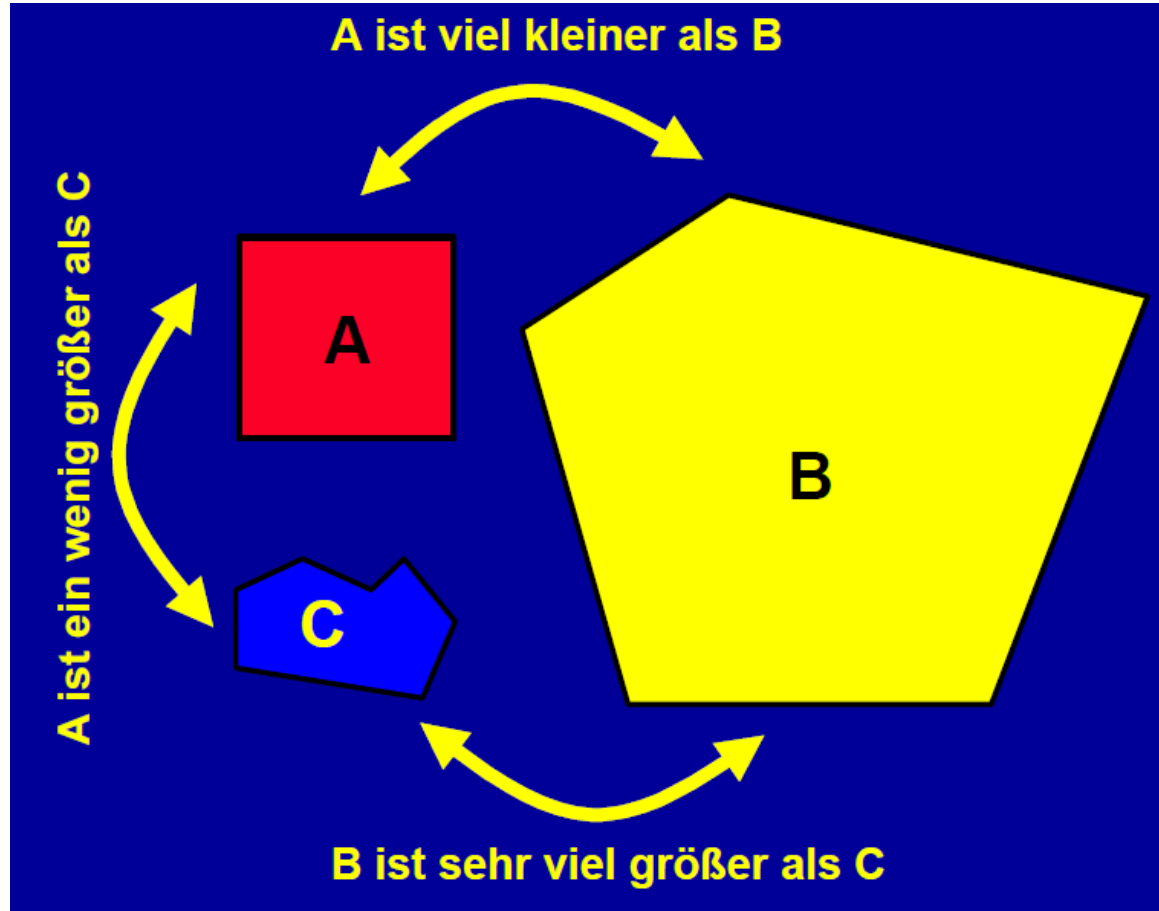
# Ablauf des AHP

2. Phase: Größenvergleich von 3 verschiedenen Figuren



# Ablauf des AHP

## 2. Phase: Paarweiser Vergleich



# Bewertungsskala

Sowohl quantitative als auch qualitative Informationen werden auf einer (9-Punkte)-Skala dargestellt.

## Vorteile:

- Differenziertere Skalen überfordern den Entscheider
- Die Werte der Skala sind inhaltlich sinnvoll und gleichbleibend
  - 1/9 = absolut unterlegen
  - 1 = gleichbedeutend
  - 9 = absolut dominierend

Die Skalenwerte  $a_{ij}$  sind als Verhältniszahlen zu betrachten, wobei 1 den natürlichen Nullpunkt darstellt, so dass eine echte Intervallskala vorliegt.

# Axiome des AHP

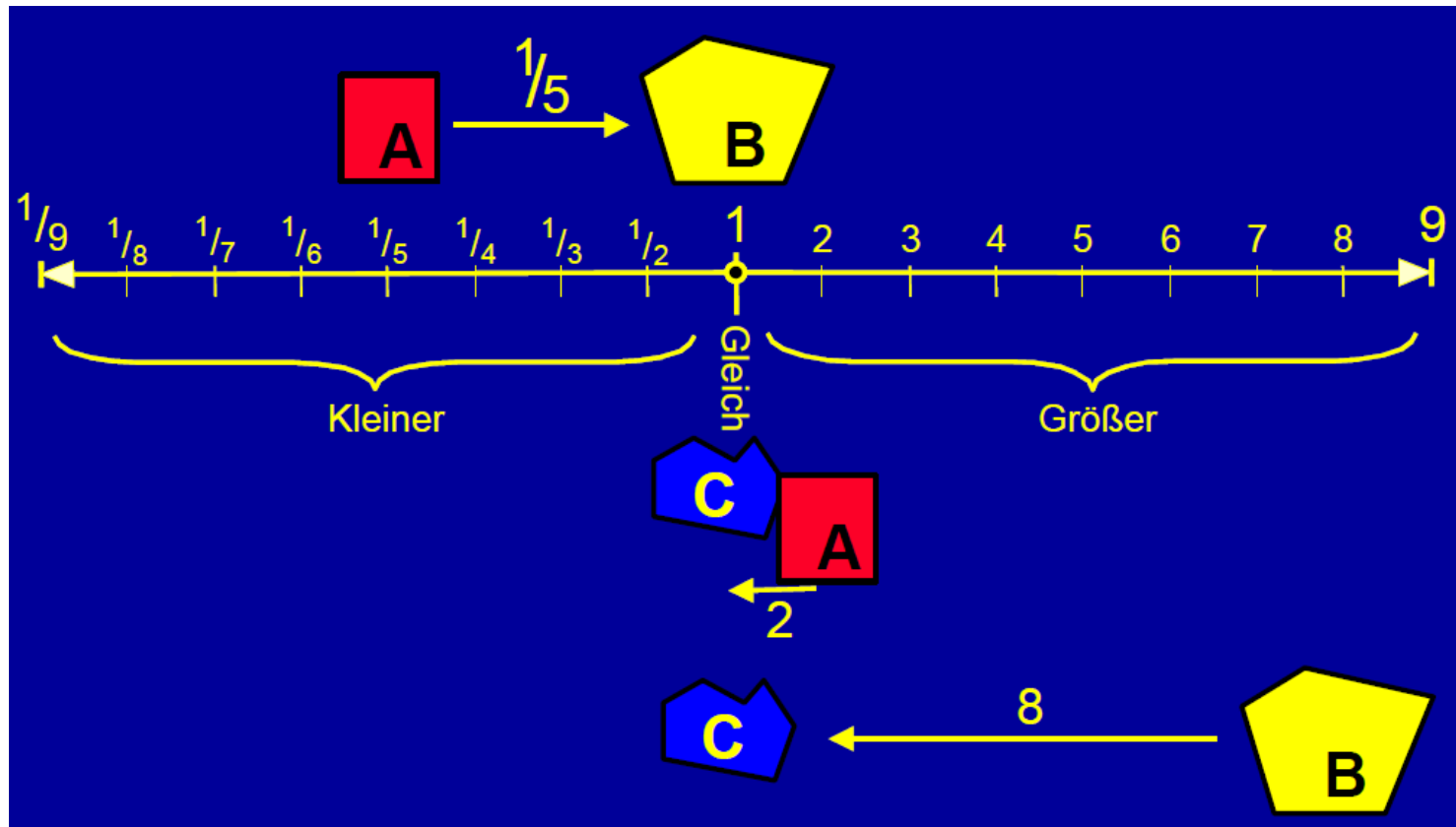
1. Der Entscheider kann zwei Elemente  $i$  und  $j$  aus der endlichen Elementenmenge  $A$  bezüglich eines Kriteriums aus einer Menge von Kriterien bewerten. Dies geschieht mittels eines paarweisen Vergleiches  $a_{ij}$  auf Basis einer metrischen Skala. Die Skala ist reziprok, so dass gilt:

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$$

2. Der Entscheider bewertet ein Element niemals als unendlich viel besser als ein anderes Element im Hinblick auf ein Kriterium aus der Kriterienmenge.
3. Das Entscheidungsproblem kann als Hierarchie dargestellt werden.
4. Alle relevanten Kriterien und Alternativen sind in der Hierarchie enthalten.

# Ablauf des AHP

## 2. Phase: Vergleich anhand der AHP-Skala

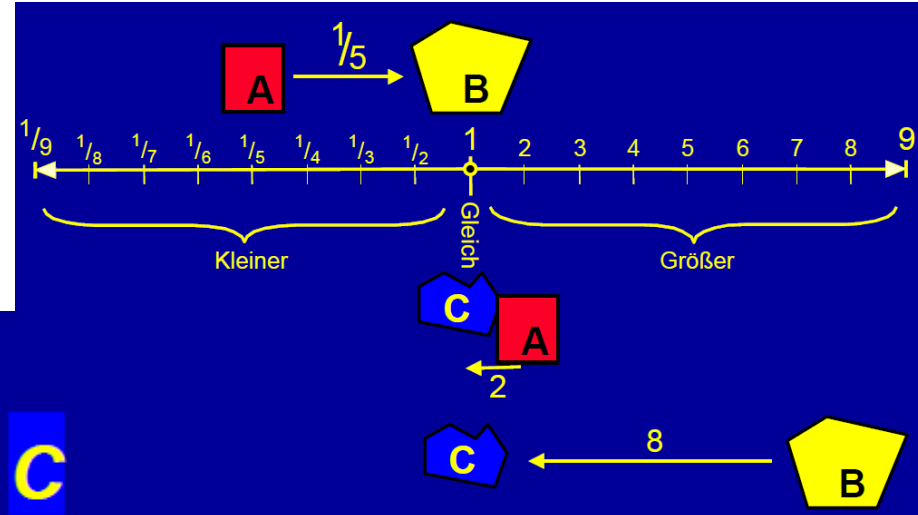


(1 = gleich, 3 = moderat, 5 = stark, 7 = sehr stark, 9 = extrem)

# Ablauf des AHP

... in Matrixschreibweise:

		Figur		
		A	B	C
Figur	A	1	$\frac{1}{5}$	2
	B		1	8
	C			1



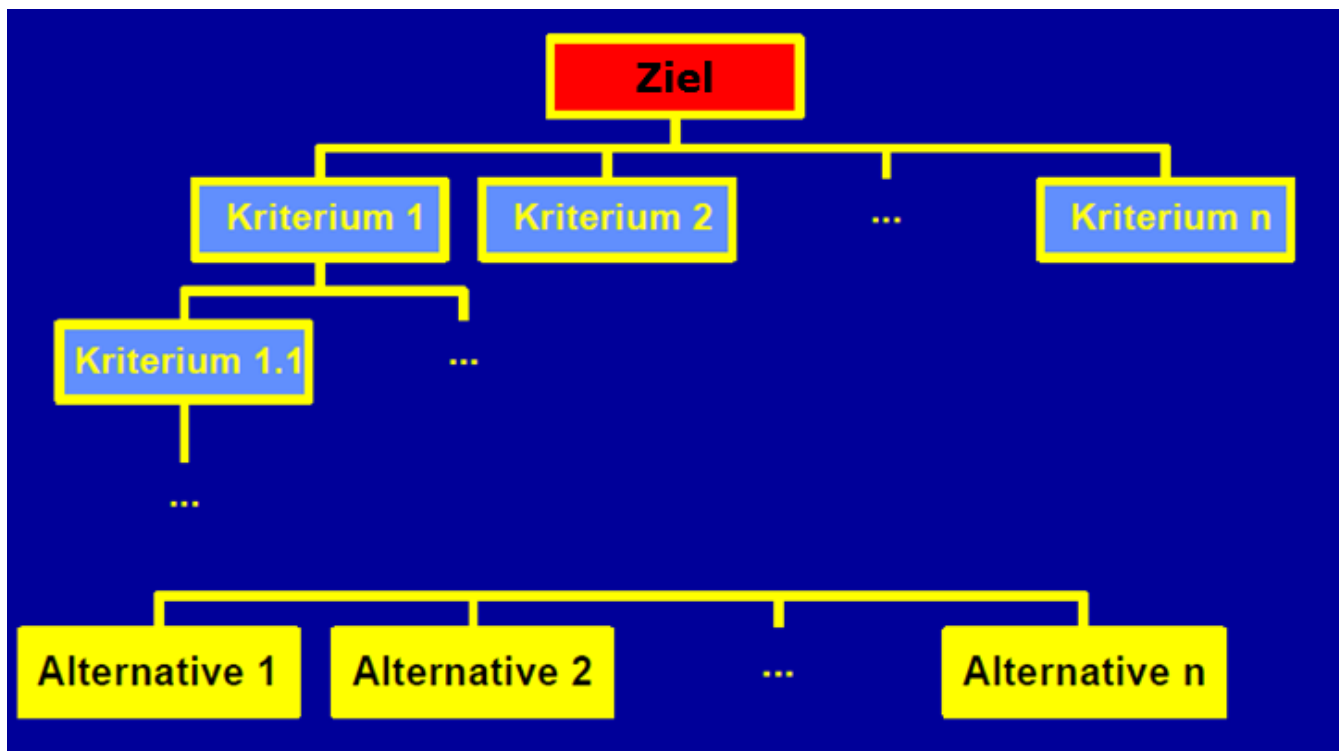
# Ablauf des AHP

... in Matrixschreibweise (vervollständigt):

		<i>Figur</i>		
		<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
<i>Figur</i>	<b>A</b>	<b>1</b>	$\frac{1}{5}$	<b>2</b>
	<b>B</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>8</b>
	<b>C</b>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	<b>1</b>

# AHP am Beispiel Autokauf:

## 1. Phase: Definition des Ziels, der Kriterien und Alternativen



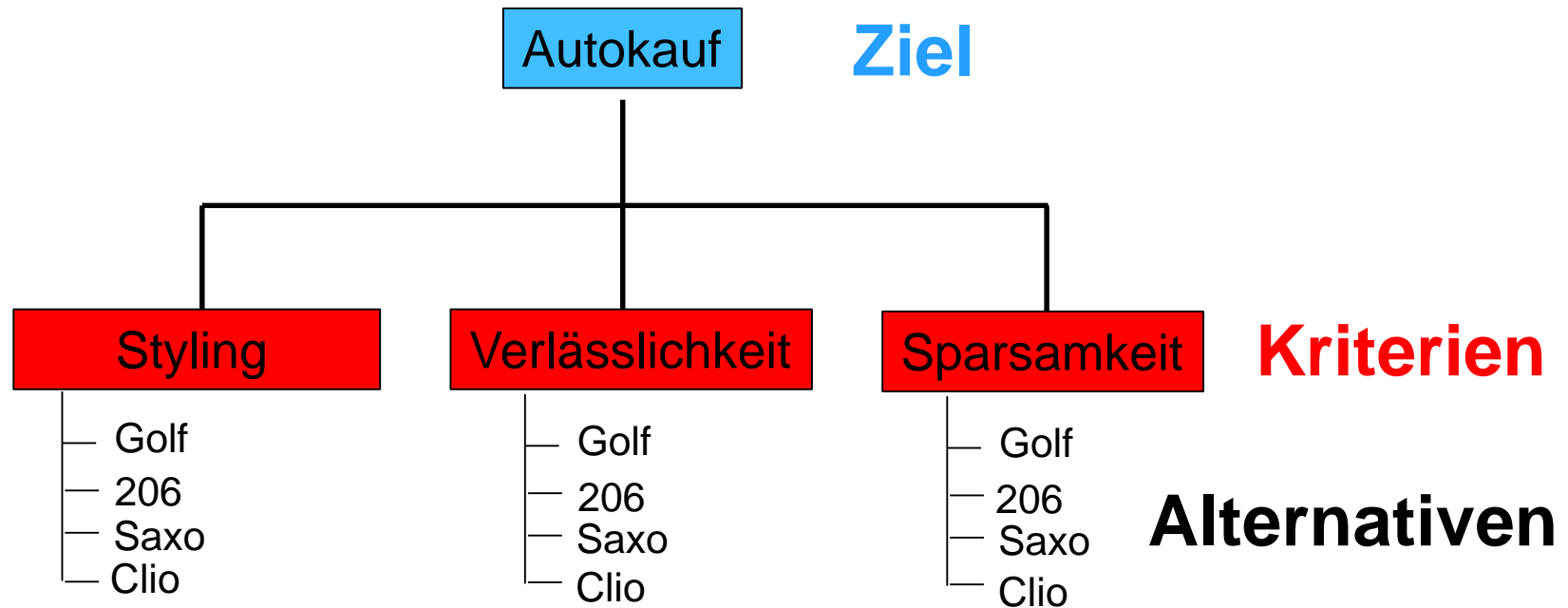
Auswahl eines Kfz

- Styling
- Verlässlichkeit
- Sparsamkeit

- Golf
- Saxo
- Clio
- 206



# Aufbau einer hierarchischen Struktur



Diese Informationen werden aggregiert, um ein *relatives Gewicht* für jede Alternative berechnen zu können. Dieses kann mittels Anwendung von Paarvergleichen ermittelt werden. Dabei können sowohl qualitative als auch quantitative Informationen einbezogen werden.

# Paarvergleichsmatrix

„Verlässlichkeit ist mir **doppelt so wichtig** wie Styling, Styling **3x so wichtig** wie Sparsamkeit und Verlässlichkeit **4x so wichtig** wie Sparsamkeit!“

	Styling	Verlässlichkeit	Sparsamkeit
Styling	1		3
Verlässlichkeit	2	1	4
Sparsamkeit			1

# Paarvergleichsmatrix vervollständigen

	Styling	Verlässlichkeit	Sparsamkeit
Styling	1	1/2	3
Verlässlichkeit	2	1	4
Sparsamkeit	1/3	1/4	1

Wie kann man diese Matrix nun in Prioritäten verwandeln?

→ **Lösung:** Eigenvektor!

# Berechnung des Eigenvektors

1. Die Matrix wird sukzessive quadriert.
2. Die Reihensumme wird berechnet und normalisiert.
3. Diese Berechnung stoppt, wenn der Unterschied zwischen zwei Rechenschritten minimal ausfällt.

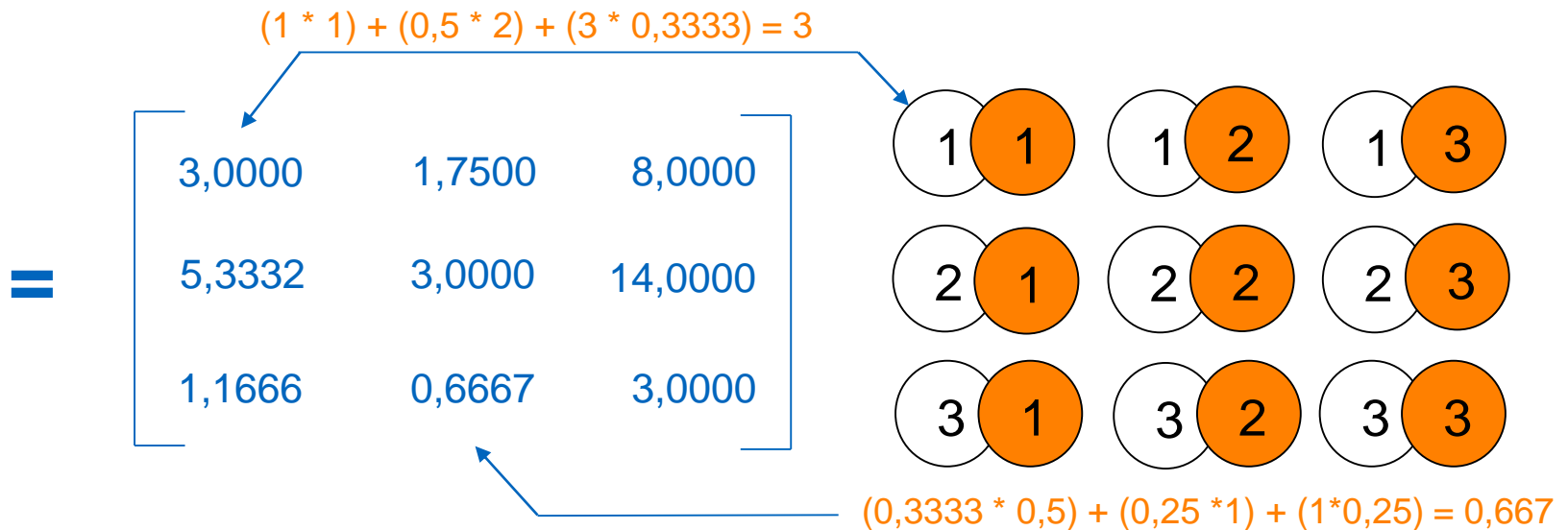
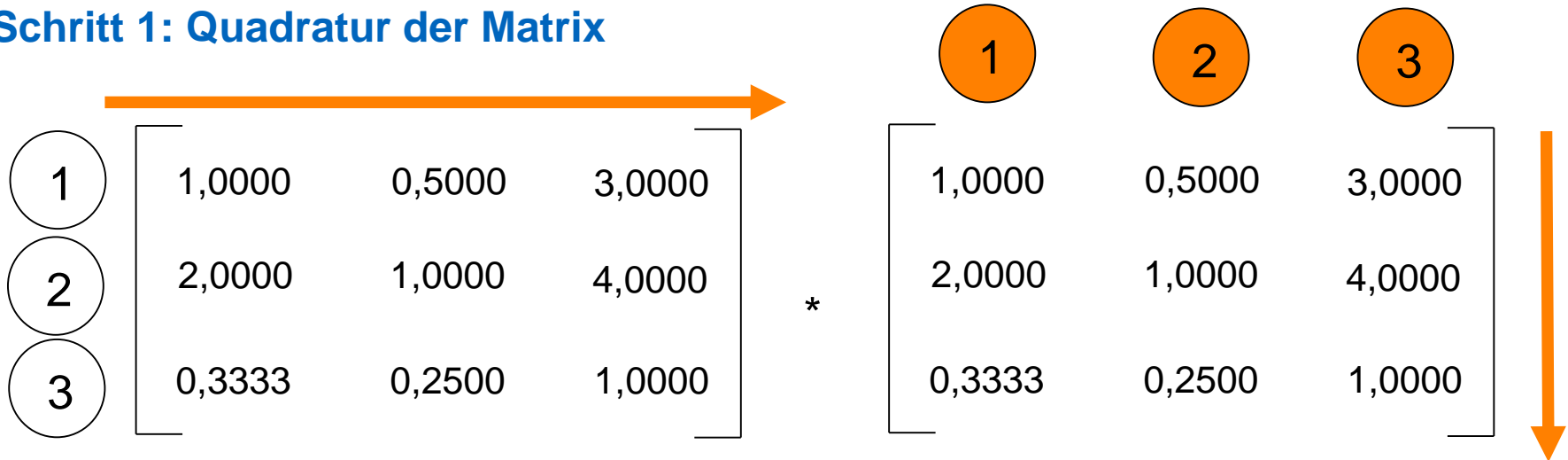
# Am Beispiel Autokauf:

	Styling	Verlässlichkeit	Sparsamkeit
Styling	1	1/2	3
Verlässlichkeit	2	1	4
Sparsamkeit	1/3	1/4	1

Umwandlung der Brüche in Dezimalzahlen:

1,0000	0,5000	3,0000
2,0000	1,0000	4,0000
0,3333	0,2500	1,0000

## Schritt 1: Quadratur der Matrix



## Schritt 2: Berechnung des Eigenvektors

### 2.1 Reihensumme bilden

3,0000 + 1,7500 + 8,0000	= 12,7500	0,3194
5,3332 + 3,0000 + 14,0000	= 22,3332	0,5595
1,1666 + 0,6667 + 3,0000	= 4,8333	0,1211
	= 39,9165	1,0000

### 2.2 Reihengesamtsumme bilden

**2.3 Normalisierung**, indem die Reihensumme durch die Reihengesamtsumme dividiert wird  
(z.B.  $12,7500 : 39,9165 = 0,3194$ )

### 2.4 Eigenvektor:

$$\begin{bmatrix} 0,3194 \\ 0,5595 \\ 0,1211 \end{bmatrix}$$

### Schritt 3: Sukzessives Wiederholen dieses Prozesses

$$\begin{bmatrix} 3,0000 & 1,7500 & 8,0000 \\ 5,3332 & 3,0000 & 14,0000 \\ 1,1666 & 0,6667 & 3,0000 \end{bmatrix} \mathbf{2} = \begin{bmatrix} 27,6653 & 15,8330 & 72,4984 \\ 48,3311 & 27,6662 & 126,6642 \\ 10,5547 & 6,0414 & 27,6653 \end{bmatrix}$$



## Wieder Stufe 2: Eigenvektor der Kriterien

$$\begin{bmatrix} 0,3196 \\ 0,5584 \\ 0,1220 \end{bmatrix}$$

## Unterschiede zwischen den Prioritäten

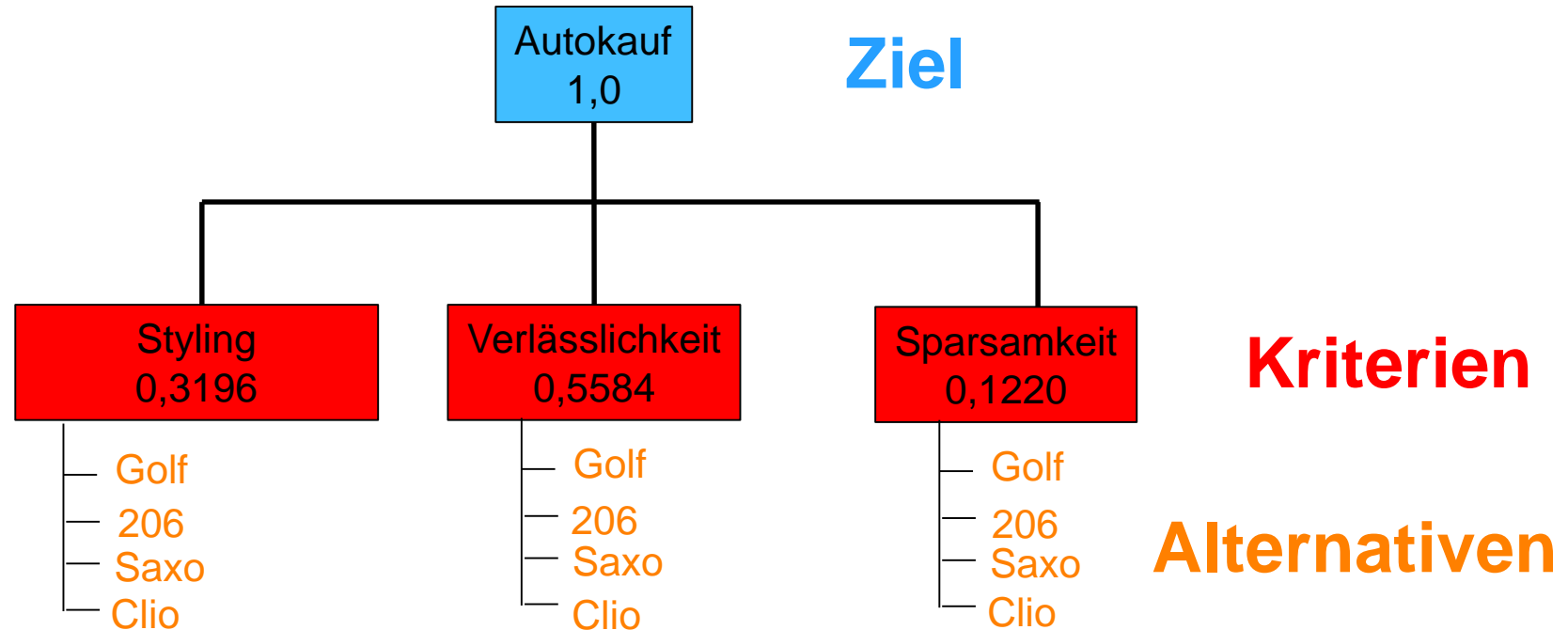
$$\begin{bmatrix} 0,3194 \\ 0,5595 \\ 0,1211 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,3196 \\ 0,5584 \\ 0,1220 \end{bmatrix} = \begin{matrix} -0,0002 \\ 0,0011 \\ -0,0009 \end{matrix}$$

## Stufe 3: Ergebnis: Gewichtung der Kriterien

Styling	0,3196	2.
Verlässlichkeit	0,5584	1.
Sparsamkeit	0,1220	3.

Der Eigenvektor gibt das **Ranking der Kriterien** wieder.

# Entscheidungshierarchie mit Prioritäten



Gewichtung der Alternativen???

...auch hier können die Prioritäten mittels Paarvergleiche ermittelt werden

z.B. in Bezug auf „Styling“

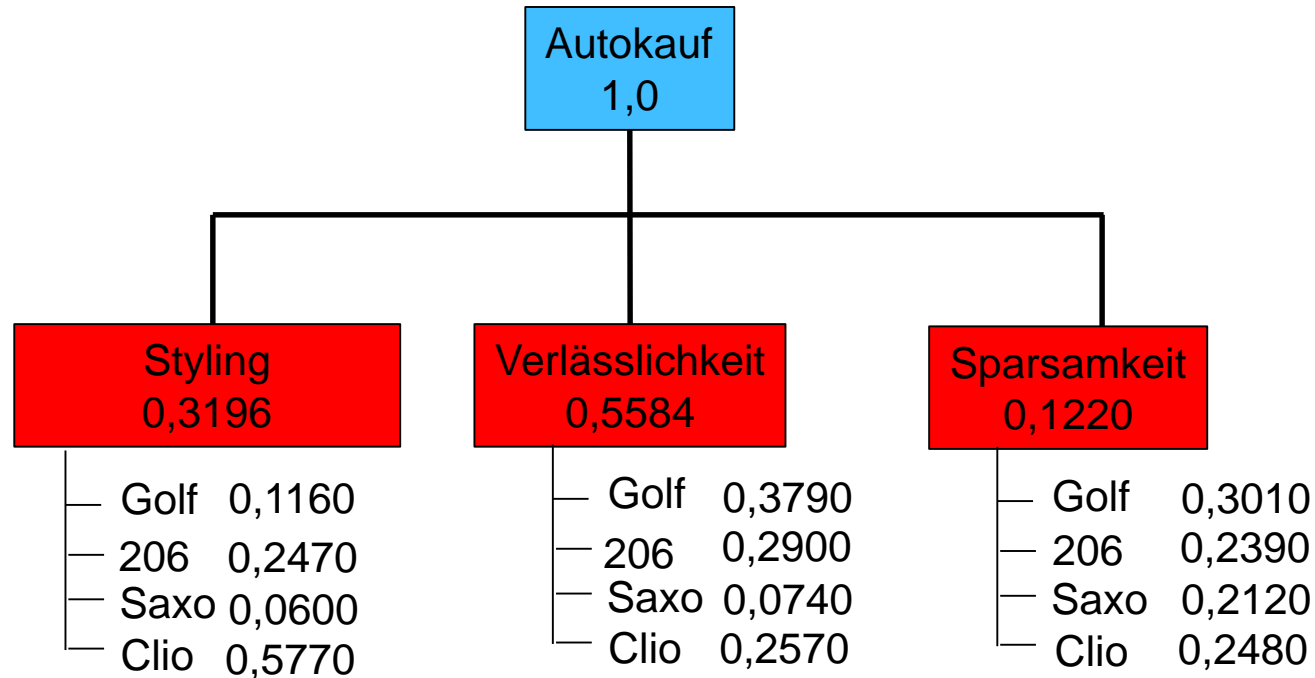
	<b>Golf</b>	<b>206</b>	<b>Saxo</b>	<b>Clio</b>	
<b>Golf</b>	1	1/4	4	1/6	] ...
<b>206</b>	4	1	4	1/4	
<b>Saxo</b>	1/4	1/4	1	1/5	
<b>Clio</b>	6	4	5	1	

# ... bis Ergebnis: Eigenvektor Styling

	Ranking	Styling
	3	<b>Golf</b> 0,1160
	2	<b>Clio</b> 0,2470
	4	<b>Saxo</b> 0,0600
...	1	<b>206</b> 0,5770

Der Eigenvektor drückt hier das Ranking in Bezug auf **jedes Kriterium** aus.

# Alle Prioritäten in der Hierarchie



# Lösung des Entscheidungsproblems:

	Styling	Verlässlichkeit	Spar-samkeit		Kriterien Ranking	
<b>Golf</b>	0,1160	0,3790	0,3010	*	0,3196	<b>Styling</b>
<b>206</b>	0,2470	0,2900	0,2390		0,5584	<b>Verlässlichkeit</b>
<b>Saxo</b>	0,0600	0,0740	0,2120			
<b>Clio</b>	0,5770	0,2570	0,2480		0,1220	<b>Sparsamkeit</b>
<b>=</b>						
<b>Golf</b>		0,3060		← z.B. $0,1160 * 0,3196 + 0,3790 * 0,5584 + 0,03010 * 0,1220$		
<b>206</b>		0,2720				
<b>Saxo</b>		0,0940				
<b>Clio</b>		0,3280				

# Wertung des AHP

<b>Vorteile</b>	<b>Nachteile</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• komplexes Bewertungsproblem wird in handhabbare Teilprobleme zerlegt</li><li>• Paarvergleiche lassen sich leicht durchführen</li><li>• Präzise Berechnungen der Gewichte und der Qualität der Beurteilungen sind möglich</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Paarvergleiche brauchen viel Zeit</li><li>• EDV-Anwendung ist nötig</li><li>• durch aufwändige Berechnungen wird ggf. verschleiert/unterdrückt, dass Paarvergleiche i.d. Regel auf subjektiven Einschätzungen beruhen („Bauchentscheidungen“)</li></ul>



# Vergleich NWA vs. AHP

- beide Methoden lassen sich gut kombinieren
- AHP ist anspruchsvoller, präziser und differenzierter
- AHP ist „erweiterte“ NWA
- AHP ist differenzierte Bewertung möglich, hat breitere Skala
- NWA braucht keinen Rechner, AHP ist ohne nicht möglich
- NWA kann nicht die Konsistenz einer Entscheidung aus den subjektiven Bewertungen überprüfen

# Beispiele und Übungen

- Übung Auto im Skript AHP II
- Übung „Baumartenwahl mit AHP“ auf der Homepage unter Master Forst → Sonstiges
- Übung „Kandidaten“ mit Excel Aufgabe und Lösung ebenfalls auf der Homepage